KLASİK MEKANİK-1

BÖLÜM-1
KLASİK MEKANİĞE GİRİŞ

1)UZAY VE ZAMAN: Uzay ve zaman fiziğin en temel varsayımları ile ilgili kavramlardandır. Uzay ve zamanın sürekli olduğunu varsaymak, ancak uzunluk ve zamanın bir standardının varlığında anlam kazanır. Yani bu standart, her hangi bir zamanda ve özel bir uzay noktasında bir olayın oluştuğunu söylemekle anlam kazanır. Bu varsayımlar bütün fizikte yaygındır ve henüz geçerliliklerini tam olarak yitirmemişlerdir. Klasik fizikte, evrensel bir zaman ölçeğinin varlığını, uzay geometrisinin Euclidean olduğunu ve hız ile konumun eş zamanlı aynı doğrulukla ölçülebileceğini kabul ederiz. Bu kabullenmeler kuantum mekaniğinde ve görelilik teorisinde bir şekilde düzeltilir.

a)Görelilik ilkesi: Değişken olmayan bağıl hızla hareket eden iki cisimden hangisinin durgun, hangisinin hareketli olduğuna karar vermek prensipte pek mümkün değildir. Bu önerme göreliliğin bir ilkesidir ve hayati önemdedir. Bununla birlikte ivme, deneysel olarak sabit hızlı hareket ile ivmeli hareket arasında farklılık var oldukça, mutlak önemini hala korur. Bir uçağın içinde oturuyorsak, ivmesini kolayca algılayabiliriz fakat hızını ölçemeyiz-yine de dışarıya bakarak, dışarıdaki bir nesneye göre hızını ölçmek mümkün olabilir. Einstein'in Genel görelilik teorisinde, uzayın bir bölgesinde kapatılmış bir gözlemci ivmelenmiş olmanın etkisi ile kütle çekim alanının etkisini ayırt edemez. Eğer iki ivmesiz gözlemci aynı deneyi yaparsa, ikisi de aynı sonuca ulaşmalıdır. Fakat ivmeli bir gözlemciye aynı deney yaptırılırsa çok farklı sonuçlar elde edebilir.

b)Eylemsizlik çerçeveleri: Konum ve zamanları belirlemek için her gözlemci uzayda bir merkez (orijin) ve sıfır zaman skalasını üçlü kartezyen koordinat eksenlerine göre seçebilir. Böyle bir topluluk referans çerçevesi olarak nitelendirilebilir. Her hangi bir olayın zaman ve konumu R (x,y,z,t) şeklinde kartezyen koordinatlarıyla belirlenebilir. Eylemsiz çerçeveyi; diğer bütün maddelerden oldukça uzaklaştırılmış ve düzgün değişmeyen sabit hızla hareket eden yalıtılmış (izole) bir cisme göre tanımlamak en uygunudur.

Görelilik ilkesine göre, farklı eylemsiz (ivmesiz) gözlemcilerin kullandığı referans çerçeveleri tamamen özdeştir (x,y,z,t)⇔(x',y',z',t'). Koordinatlar, ivmeli gözlem çerçevelerinde özdeş olmaz.

Problem çözümlerinde, genellikle, sadece eylemsiz çerçeveleri kullanmak uygundur, fakat bunları mutlaka kullanmanın bir zorunluluğu da yoktur. Bazen, eylemsiz olmayan çerçevelerin kullanılması (özellikle dönme problemlerinde) işimizi kolaylaştırır.

c)Vektörler: Bazı durumlarda, özel bir koordinat eksen setini açıkça göstermeyen bir notasyonu kullanmak daha uygun olur. (x,y,z) kartezyen koordinatlarını kullanmak yerine, O merkez noktasına göre herhangi bir P noktasının konumunu, OP doğrusunun uzunluk ve yönüyle belirleyebiliriz. Bu P'nin O'ya konumunu bir $\vec{r}$ vektörüyle göstermektir. Bu vektör; i,j ve k sırasıyla x,y ve z eksenleri boyunca birim vektörler olmak üzere, $\vec{r} = x.\hat{i} + y.\hat{j} + z.\hat{k}$ şeklinde belirtilebilir.

2)NEWTON YASALARI: klasik mekanik, fiziksel nesnelerin nasıl hareket ettiğini ve konumlarının zamanla nasıl değiştiğini anlatır. Klasik mekaniğin temel yasaları Newton yasalarıdır. Newton yasaları; eylemsizlik prensibi, dinamiğin temel prensibi ve etki-tepki prensibi olmak üzere üç tanedir.

a)Eylemsizlik prensibi: Bir cisme etkiyen kuvvetlerin bileşkesi sıfır ise; cisim ya durmaktadır ya da sabit hızla hareket etmektedir. $\sum \vec{F} = 0 \Rightarrow \vec{a} = 0$ dır. Böylece v=0 veya v=sabittir.

b)Dinamiğin temel prensibi: Bir cisme etkiyen kuvvetlerin bileşkesi sıfırdan farklı ise, cisim ivmeli hareket yapar. Bu ivme $\vec{a} = \dfrac{\vec{F}_{net}}{m}$ şeklindedir.

c)Etki tepki prensibi: Bir A cismi bir B cismine bir kuvvet uygularsa, B cismi de A cismine eşit ve zıt yönlü bir kuvvet uygular. $\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}$

Newton'un evrensel çekim yasası: Herhangi iki cisim birbirini kütlelerinin büyüklükleri çarpımı ile doğru, kütleler arasındaki uzaklığın karesi ile ters orantılı bir kuvvetle çeker. $F(r_{ij}) = G\frac{m_i m_j}{r_{ij}^2}$.

Burada G=6,67.10^{-11}Nm^2/kg^2 değerinde evrensel çekim sabitidir. Cisimler arasındaki uzaklık alınırken, kütlelerin cisimlerin kütle merkezinde toplandığı varsayılarak, kütle merkezleri arası uzaklık alınır. Newton'un kütle çekim kuvvetine benzer yüklü iki cisim arasındaki çekme ya da itme kuvvetini belirleyen Coulomb kuvveti vardır.

3)KÜTLE VE KUVVET KAVRAMLARI: fizikteki en önemli ilkelerden biri de, ölçülemeyen hiçbir fiziksel büyüklüğün, en azından ilke olarak, teoride verilmemesidir. Newton yasaları,sadece ölçülebilen mesafe ve zaman vasıtasıyla belirlenen, ivme ve hız kavramlarının yanı sıra, kütle ve kuvvet gibi yeni kavramları da içerir. Kütle, bir cismin madde miktarını belirleyen niceliktir. Kuvvet ise,; duran bir cismi harekete geçiren, hareketli bir cismi durduran veya hareketli bir cismin hızını değiştiren etki olarak tanımlanabilir. Kütle yerçekimi kütlesi ve eylemsizlik kütlesi olmak üzere iki biçimde belirtilir, gerçekte bunlar bir birine eşittir. G=mg'deki çekim kütlesi, F=ma'daki kütle eylemsizlik kütlesidir.
Evrende dört ana kuvvet mevcuttur: 1)Gravitasyonel kuvvet, 2)Elektromanyetik kuvvet, 3)Zayıf nükleer kuvvet, 4)Güçlü nükleer kuvvet. Evrendeki tüm diğer kuvvetler bu kuvvetlerden doğar.

BÖLÜM-2
DOĞRUSAL HAREKET

1)KORUMUNLU KUVVETLER VE ENERJİ KORUNUMU: Konumun fonksiyonu olarak verilen bir F(x) kuvvetinin etkisiyle bir doğru boyunca hareket eden bir parçacığın hareketi, genel olarak, doğrusal hareketi belirtir. Bu durumda hareket denklemi m(d^{2}x/dt^2)=F(x) dir. Burada x, zamanın fonksiyonudur. Bu parçacığın kinetik enerjisi T=(1/2).m.(dx/dt)^2 şeklindedir. Bu bağıntıdan, integral alınarak, potansiyel enerji $V(x) = -\int_{x_0}^{x} F(x).dx$ olarak bulunur. Toplam enerji T+V=E=sabittir. Potansiyel enerjinin konuma göre türevi F(x)=-(dV/dx) şeklinde kuvveti verir. Burada olduğu gibi sadece konuma bağlı olan kuvvetlere **korunumlu kuvvetler** denir. Örneğin bir yayın geri çağırıcı kuvveti F(x)=k.x korunumlu, sürtünme kuvvetleri F=μN korunumlu değildir. Kinetik enerji pozitif olup hareketler, V(x)≤E aralığında sınırlıdır.

2)DENGE YAKININDAKİ HAREKET; HARMONİK SALINICI: Denge noktası olarak orijin (x=0), buradaki potansiyel enerji V(0) olarak seçilirse, küçük yer değiştirmeler halinde V(x)'in Maclaurin-Taylor serisi; V(x)=V(o)+x.V'(o)+(1/2).x^2.V''(o)+…. şeklindedir. Basit bir yay için x=0 yakınında V(0)=V'(o)=0 olduğundan, V(x)=(1/2).k.x^2 olarak bulunur. Bu potansiyel enerji fonksiyonuna karşılık gelen kuvvet, F(x)=-k.x olur. bu durumda hareket denklemi m.x''+k.x=0 dır. Burada x''=d^{2}x/dt^2 şeklinde II.türevdir. Enerji korunumu ve hareket denklemi birleştirilip integrali alınırsa $\int \left(\frac{2E}{m} - \frac{k}{m} x^2 \right)^{-1/2} dx = \int dt$ eşitliğini buluruz.

a)Harmonik salınıcı denkleminin çözümü: m.x''+k.x=0 denklemi lineer bir diferansiyel denklemdir. Bu denklem k<0 için, p=(-k/m)$^{1/2}$ olmak üzere, x''-p^2.x=0 biçimine getirilir. Buradan da A ve B keyfi sabitler olmak üzere , genel çözüm x(t)=A.e$^{p.t}$+B.e$^{-p.t}$ olarak bulunur. Bu çözüm hiperbolik olarak da belirtilebilir.
k>0 hali için (yay için böyledir), w=(k/m)$^{1/2}$ olmak üzere, denklem x''+w^2.x=0 şekline girer. Bu denklemin genel çözümü de C ve D keyfi sabitler (genlikler) olmak üzere x(t)=C.Coswt+D.Sinwt şeklindedir. Bu çözüm; t=0 da x_0=A konumunda ve v_0 hızında ise, x(t)=A.Cos(wt-θ) olur. Burada A, genlik θ faz farkıdır. Bu hareketin periyodu τ=2π/w şeklindedir.
Periyodik hareketler kompleks sayılar kullanılarak da çözülebilir.

3)ENERJİNİN KORUNUMU KANUNU: Toplam enerji tüm fiziksel süreçlerde korunur. Sisteme etki eden kuvvetler ister korunumlu, ister korunumsuz olsun, toplam enerji değişmez. Enerji fiziksel olaylarda, bir biçimden başka bir biçime dönüşebilir. Bir parçacığın dt zaman aralığında, dx uzaklığındaki hareketi için kinetik enerji artışı dT=dW olur. Burada dW=F.dx dir. dW, sonsuz küçük dx yer değiştirmesi halinde F kuvveti tarafından yapılan iştir. Potansiyel enerjinin sıfır kabul edildiği düzlemde yapılan iş kinetik enerji değişimine eşittir. Düşey düzlemde yapılan iş ise potansiyel enerji değişimine eşittir (yer yüzünde).

4)SÖNÜMLÜ SALINICI: Korunumlu bir kuvvetin etkisinde, denge konumu etrafında yapılan hareketler basit harmonik hareketlerdir. Harekette eğer enerji kaybı varsa (sürtünme nedeniyle… vb), hareket denkleminde hıza bağlı bir kuvvet de bulundurulur. Bu durumda sönümlü harmonik salınıcı için kuvvet F=-k.x-λ.x' olur. Burada λ sönümle ilgili bir sabittir. Bunun hareket denklemi m.x''+λ.x'+k.x=0 olur. Bu denklem seri bağlı bir RLC elektrik devresinde L.q''+R.q'+(1/C).q=0 şeklindedir. Sönümlü harmonik hareket denklemi $x(t)=e^{p.t}$ şeklinde deneme fonksiyonuyla, önce $m.p^2+\lambda.p+k=0$ denklemine, sonra da bu denklemden $p=-\gamma\pm(\gamma^2-w_0^2)^{1/2}$ şeklinde p değerleri elde edilir. Burada $\gamma=\lambda/2m$ şeklinde sönüm sabiti, $w_0=(k/m)^{1/2}$ da sönümsüz salınıcının açısal frekansıdır. Bu harekette enerji kaybı olduğundan, λ>0 dır.

a)Büyük sönüm: $\gamma^2>w_0^2$ olacak şekilde λ büyük ise, p nin her iki kökü de reel ve negatif olur. Bu durumda genel çözüm de $x(t)=A.e^{-\gamma_+ t}+B.e^{-\gamma_- t}$ şeklinde olur. 1/γ karakteristik zaman mertebesindedir.

b)Küçük sönüm: $\gamma^2<w_0^2$ durumunda p nin kökleri kompleks eşlenik halindedir: $p=-\gamma\pm i.w$, $w=(w_0^2)^{1/2}$. Bu durumda genel çözüm çeşitli biçimlerde yazılabilir: $x=A.e^{-iwt-\gamma t}+B.e^{iwt-\gamma t}$ veya $x(t)=a.e^{-\gamma t}Cos(wt-\theta)$. Bu son eşitlik, $a.e^{\gamma t}$ şeklinde üstel azalan genlikli ve w açısal frekanslı bir salınımı gösterir. Burada $1/\gamma=2m/\lambda$ salınımın durulma zamanını, $Q=mw_0/\lambda$ ise kalite faktörünü verir.

c)Kritik sönüm: $\gamma^2=w_0^2$ limit hali kritik sönüm halidir. Bu durumda w=0 olup, p nin iki kökü de aynıdır. Böylece genel çözüm; $x(t)=(a+b.t).e^{-\gamma t}$ şeklinde olur. Deneyciler için kritik sönüm çok istenen bir durumdur. Örneğin, bir ölçüm cihazında göstergenin salınımının, ölçüm noktası etrafında mümkün mertebe çabuk sönüme ulaşmasını isteriz.

5)BASİT PERİYODİK KUVVET ETKİSİNDEKİ SALINICI: Sönümlü salınıcıya, bir F(t) dış sürücü kuvvetinin etkimesi durumunda, hareket denklemi $m.\ddot{x}+\lambda.\dot{x}+k.x=F(t)$ olur. $F(t)=F_1.\cos w_1 t$ şeklinde periyodik bir kuvvet alalım. $F(t)=\mathrm{Re}(F_1.e^{iw_1t})$ olduğundan, denklem $m.\ddot{x}+\lambda.\dot{x}+k.x=F_1.e^{iw_1t}$ olur. $z=a_1.e^{i(w_1t-\theta_1)}$ şeklinde bir çözüm denenirse, $(w_0^2+2i\lambda w_1-w_1^2).a_1=\frac{F_1}{m}e^{i\theta_1}$ bulunur. Bu ifade de reel ve sanal kısımlar eşitlenerek, genlik için $a_1=\frac{F_1/m}{[(w_0^2-w_1^2)^2+4\lambda^2w_1^2]^{1/2}}$ ifadesi elde edilir. Oranlama ile faz ifadesi de $\tan\theta_1=\frac{2\lambda w_1}{w_0^2-w_1^2}$ olarak bulunur. Bulunan bu çözüm denklemin özel çözümüdür. Sistemin genel çözümü ise, kararıl hal çözümü de eklenerek, $x(t)=a_1.Cos(w_1t-\theta_1)+a.e^{-\gamma t}Cos(wt-\theta)$ şeklinde olur.

Rezonans: $w_0=w_1$ olduğu durumda sistem rezonans durumundadır. Rezonansta genlik $a_1=F_1/(\lambda w_1)$ olur ve λ sönüm sabiti küçük ise bu değer çok büyük değerlere ulaşabilir. Rezonans genişliği γ ile belirlenir ve bu genliğin oldukça büyük olduğu frekans aralığındadır. a_1 genliğinin paydasındaki iki terim karşılaştırılabilir büyüklükler haline geldiği zaman, genlik pik değerinin $1/\sqrt{2}$ sine düşer ve bu durum küçük γ'lar için $w_1=w_0\pm\gamma$ olduğu zaman gerçekleşir. γ, rezonansın yarı genişliği olarak adlandırılır. Genliğin pik yüksekliği ile pik genişliği arasında ters bir ilişki vardır. kalite faktörü olarak bilinen $Q=w_0/2\gamma$ değeri de rezonans pikinin keskinliğinin sayısal bir ölçüsünü verir.

6)GENEL PERİYODİK KUVVET: Periyodik harekette uygulanan F(t) kuvveti, $F(t)=\sum_r F_r.e^{iw_r t}$ olarak genelleştirilebilir. Bu kuvvetin her terimi kompleks eşleniği de içerdiğinde dolayı toplamın önüne Re yazmak gerekmez. Özel olarak $F(t)=\sum_{n=-\infty}^{+\infty} F_n.e^{inwt}$ şeklinde alınırsa, F (t+τ)=F(t) periyodik kuvveti elde edilir. Burada τ=2π/w dır. Sonsuz aralıkta verilen seri **Fourier serisi**dir. F(x) verilmesi durumunda F_n Fourier katsayıları bulunabilir, $F_n=\frac{1}{\tau}\int_0^{\tau} F(t).e^{-imwt}dt$.

7)İTİCİ KUVVETLER; GREEN FONKSİYONU METODU: Bir Δt zaman aralığı süresince bir parçacığa bir F kuvveti uygulanırsa parçacığın momentumundaki değişme $\Delta p=p(t+\Delta t)-p(t)=\int_t^{t+\Delta t} F.dt$ olur. Eşitliğin sağındaki büyüklük itme olup, I ile gösterilir. x=0 denge durumundaki bir salınıcıya t=0 da bir I itmesi verildiğinde, darbeden hemen sonra v_0=I/m olur. Salınıcının $\gamma^2>w_0^2$ hali için bu başlangıç koşulların genel çözümde yerine konmasıyla konum için; t<0 için x=0, t>0 için $x=\frac{I}{mw}e^{-\gamma t}\sin wt$ olur. Bu kuvvet itici kuvvetlerin toplamına genelleştirilebilir. Eğer bir salınıcı t_r zamanlarında I_r itmeli bir seri darbenin etkisinde kalırsa konumu, $x(t)=\sum_r G(t-t_r).I_r+geçici$ olur. Burada G Green fonksiyonu; t<t' için G(t-t')=0 ve t>t' için $G(t-t')=\frac{1}{mw}e^{-\gamma(t-t')}Sinw(t-t')$ dır. Bu fonksiyon t' anındaki bir darbe ile verilen birim itmeye cevabı temsil eder. Δt→0 limit durumunda verilen toplam integrale dönüşür, $x(t)=\int_{t_0}^{t} G(t-t').F(t').dt'+geçici$.

8)ÇARPIŞMA PROBLEMLERİ: İki cisimden oluşan yalıtılmış bir sistemi ele alalım. Sistem, karşılıklı uygulanan ve konumlarla hızlara bağlı bir F kuvvetinin etkisi altında hareket etsin. O zaman hareket denklemi; m_1x_1''=F ve m_2x_2''=-F olur. Bu iki denklem **momentum korunumu kanununu** olan P_1+P_2=P=sabit verir. Burada F yalnız göreli uzaklık ($x=x_1-x_2$) ve göreli hızın ($x'=x'_1-x'_2$) fonksiyonu olmalıdır. Bu durumda enerji korunumu T+V=E=sabittir. Çarpışma esnek ise kinetik enerji kaybı olmaz, $\frac{1}{2}m_1v_1^2+\frac{1}{2}m_2v_2^2=\frac{1}{2}m_1u_1^2+\frac{1}{2}m_2u_2^2$ şeklinde kinetik enerji korunur. Bu durumda cisimler bilardo topları gibi serttirler. Burada u_1,u_2 çarpışma öncesi hızlar, v_1,v_2 ise çarpışma sonrası hızlardır. Çarpışma öncesi II.parçacık durgun ise (u_2=0), parçacıkların son hızları bu korunum bağıntılarından, $v_1=\frac{m_1-m_2}{m_1+m_2}u_1$ ve $v_1=\frac{2m_1}{m_1+m_2}u_1$ olarak bulunur.

Esnek olmayan çarpışmalar: Pratikte bir çarpışmada genellikle ısı şeklinde enerji kayıpları meydana gelir. Özel bir çarpışma için sıçrama katsayısı e, $v_2-v_1=e.(u_1-u_2)$ ile tanımlanır. Bu büyüklüğün kullanılışlığı, verilen her hangi iki cisim için deneysel gerçeklerden türetilmiş olmasındandır. U_2= o ise parçacıkların son hızları yine korunum ilkelerinden; $v_1=\frac{m_1-em_2}{m_1+m_2}u_1$ ve $v_1=\frac{(1+e)m_1}{m_1+m_2}u_1$ olarak bulunur. Dikkat edilirse e=1 için çarpışma esnek çarpışmadır.

BÖLÜM-3
ENERJİ VE AÇISAL MOMENTUM

1)ENERJİ; KORUNUMLU KUVVETLER: Üç boyutta hareket serbestliği olan m kütleli bir parçacığın **kinetik enerjisi** $T = \frac{1}{2} m.\dot{r}^2 = \frac{1}{2}.m.(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2)$ şeklinde tanımlanır. Parçacık dr vektörel uzaklık boyunca hareket ettiğinde, dt zaman aralığında kinetik enerjisindeki değişim dT=dW olur. Bu yer değiştirme sırasında F kuvvetinin yaptığı iş dW=**F**.d**r**=$F_x$dx+$F_y$dy+$F_z$dz dır. T kinetik enerjisi ile V(r) potansiyel enerjisinin toplamı sabit olmalıdır. Bu durumda potansiyel enerjinin değişim hızı V nin **gradyenti** cinsinden $\dot{V} = \dot{r}.\nabla V$ olur. Buradan da $F(r) = -\nabla V(r)$ bulunur. Bu durumda kuvvetin bileşenleri; $F_x = -\frac{\partial V}{\partial x}$, $F_y = -\frac{\partial V}{\partial y}$, $F_z = -\frac{\partial V}{\partial z}$ şeklinde olur.

2)ATIŞLAR: Yer çekimli bir ortamda, atmosfer sürtünmesinin önemsenmediği durumda, bir atış hareketinin hareket denklemi m.r’’=m.g dir. Burada g=9,8 m/s^2 sabit değerinde yer çekimi ivmesidir. Z ekseni düşey yukarı yönde seçilirse, bu denklemin bileşenleri x’’=0, y’’=0 ve z’’=-g şeklini alır. Buradan çözümler; hareket iki boyutlu olduğundan x=y=a+b.t ve z=c+d.t-(1/2).g.t^2 şeklinde bulunur. Buradaki a,b,c ve d sabitleri başlangıç koşullarından belirlenir.
Sözgelimi, yer yüzünden yatayla α açısı yaparak ve v_0 ilk hızıyla atılan bir merminin, konum denklemleri, uçuş süresi, çıkabileceği maksimum yükseklik ve menzil uzaklığı bulunabilir. Bu durumda $x=v_0t.\cos\alpha$, $z=v_0t.\sin\alpha-(1/2).g.t^2$, $t_u=2v_0\sin\alpha/g$, $z_{max}=v_0^2\sin^2\alpha/2g$, $x_{max}=v_0^2\sin2\alpha/g$ olur.

3)MOMENTLER; AÇISAL MOMENTUM: Bir parçacığa $\vec{r}$ konumunda etkiyen bir $\vec{F}$ kuvvetinin başlangıç noktasına göre **momenti (tork)** $\vec{G} = \vec{r} \times \vec{F}$ vektörel çarpımı ile tanımlanır. G vektörünün bileşenleri x,y,z eksenlerine göre momentlerdir: $G_x=yF_z-zF_y$, $G_y=zF_x-xF_z$, $G_z=xF_y-yF_x$. G vektörünün doğrultusu r ve F nin oluşturduğu düzleme diktir. G nin büyüklüğü G=r.F.Sinθ olup, burada θ, r ve F arasındaki açıdır.
r konumunda, P momentumu ile hareket eden bir parçacığın başlangıç noktasına göre **açısal momentum** vektörü $\vec{J} = \vec{r} \times \vec{P} = m.\vec{r} \times \dot{\vec{r}}$ şeklinde tanımlanır. J açısal momentumun bileşenleri; J_x=m(y.z’-z.y’), J_y=m(z.x’-x.z’) ve J_z=m(x.y’-y.x’) olur. J açısal momentumun değişim hızı ise; $\dot{\vec{J}} = m.\frac{d}{dt}(\vec{r} \times \dot{\vec{r}}) = m(\dot{\vec{r}} \times \dot{\vec{r}} + \vec{r} \times \ddot{\vec{r}})$, buradan da dJ/dt=G bulunur.

4)MERKEZİ KUVVETLER; AÇISAL MOMENTUMUN KORUNUMU: Doğrultusu, her zaman kuvvet merkezi denilen sabit bir noktaya doğru veya noktanın dışına doğru olan kuvvete merkezi kuvvet denir. Yani bir F kuvvetinin merkezi olma koşulu, merkeze göre momentin (tork) sıfır olmasıdır, G=rxF=0. Bu durumda açısal momentum dJ/dt=G=0 den dolayı sabit olur (J=sabit). Bu basitçe **açısal momentumun korunumu** yasasıdır. Bu yasa da iki özellik bulunmaktadır: J nin doğrultusu ve büyüklüğü sabittir. J nin büyüklüğünün sabit olduğu bir düzlemde, parçacığın hızı için; v_r=dr/dt radyal bileşen, v_θ=r.dθ/dt açısal (enine) bileşen bağıntıları yazılabilir. Bu durumda açısal momentumun büyüklüğü J=m.r^2.(dθ/dt) dır. Yarıçap vektörünün birim zamanda taradığı alan ise dA/dt=(1/2).r^2.(dθ/dt)=J/2m=sabit olup, bize Kepler’in II.yasasını verir.

5)KUTUPSAL KOORDİNATLAR: Belli simetrili problemlerde kartezyen olmayan koordinatların kullanılması çoğu kez uygun olur. Özellikle eksensel veya küresel simetrili durumlarda (ρ,φ,z) silindirik kutupsal koordinatlar veya (r,θ,φ) küresel kutupsal koordinatlar kullanılabilir. Bunlar kartezyen koordinatlara; $x=\rho.\cos\varphi=r.\sin\theta.\cos\varphi$, $y=\rho.\sin\varphi=r.\sin\theta.\sin\varphi$, $z=z=r.\cos\theta$ şeklinde bağlıdırlar. İkisi arasındaki ilişki ise $z=r.\cos\theta$, $\rho=r.\sin\theta$, $\varphi=\varphi$ şeklindedir.
Silindirik kutupsal koordinatlarda hız bileşenleri; v_ρ=dρ/dt, v_φ=ρ.(dφ/dt), v_z=dz/dt şeklindedir. Küresel koordinatlarda üç koordinat doğrultusundaki uzunluk elemanları dr, rdθ, rsinθdφ olup, hız bileşenleri v_r=dr/dt, v_θ=r.(dθ/dt), v_φ=r.sinθ.(dφ/dt) şeklindedir. Buna göre, örneğin küresel koordinatlarda, kinetik enerji; $T = \frac{1}{2} m(\dot{r}^2 + r^2\dot{\theta}^2 + r^2 \sin^2\theta\dot{\varphi}^2)$ olur.

6)DEĞİŞİMLER HESABI: İki noktayı y(x) fonksiyonu ile birleştiren bir eğri, $y(x_0)=y_0$ ve $y(x_1)=y_1$ sınır koşullarında , $l=\int_{x_0}^{x_1}(1+y'^2)^{1/2}dx$ şeklindedir. Bu integrali minimum yapan değeri belirlemek için, küçük değişimler altında f(y+y') fonksiyonunu içeren bir I integrali tanımlanır. $\delta y(x_0)=\delta y(x_1)=0$ sınır koşullarında $\delta I=\int_{x_0}^{x_1}\left[\frac{\partial f}{\partial y}-\frac{d}{dx}\left(\frac{\partial f}{\partial y'}\right)\right]\delta y(x).dx \rightarrow 0$ elde edilir. Bunun sıfır olabilmesi için $\frac{\partial f}{\partial y}-\frac{d}{dx}\left(\frac{\partial f}{\partial y'}\right)=0$ olmalıdır. Buna **Euler-Lagrange denklemi** denir. Buna göre n tane Euler-Lagrange denklemi , $\frac{\partial f}{\partial q_i}-\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial f}{\partial \dot{q}_i}\right)=0$ (i=1,2,3….,n) olur.

7)HAMİLTON İLKESİ; LAGRANGE DENKLEMLERİ: Korunumlu bir kuvvetin etkisinde hareket eden bir parçacığın hareket denklemleri, Euler-Lagrange denklemleri şeklinde yazılabilir. Lagrange fonksiyonu, $L=T-V=\frac{1}{2}.m.(\dot{x}^2+\dot{y}^2+\dot{z}^2)-V(x,y,z)$ şeklinde tanımlanır. Bunların türevleri; $\frac{d}{dt}(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}})=m.\ddot{x}$, , $\frac{\partial L}{\partial x}=-\frac{\partial V}{\partial x}=F_x$ olup y ve z bileşenleri için de benzer bağıntılar vardır. Buna göre, $\dot{p}_x=F_x$ hareket denklemi, $\frac{d}{dt}(\frac{\partial L}{\partial \dot{x}})=\frac{\partial L}{\partial x}$ şeklinde yazılabilir. Fakat bu, $I=\int_{t_0}^{t_1}L.dt$ integrali için bir Euler-Lagrange denkleminin tam benzeridir. Buna genel olarak **eylem integrali** denir. x,y,z kartezyen koordinatları yerine q_1,q_2,q_3 eğrisel koordinatları kullanılırsa L=T-V Lagrangian fonksiyonu q'_1, q'_2, q'_3 ve zamana göre türevleri cinsinden ifade edilebilir. Buna göre, $\frac{d}{dt}(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i})=\frac{\partial L}{\partial q_i}$, i=1, 2, 3,… elde edilir. Bunlara **Lagrange denklemleri** denir. Bunlar, genelleştirilmiş momentumların türevlerinin genelleştirilmiş kuvvetlere eşit olduğunu belirtir.

Örnek: Basit sarkaç.

Sarkacın Lagrangian fonksiyonu $L=T-V=\frac{1}{2}ml^2\dot{\theta}^2-mgl(1-\cos\theta)$ dır. Sarkacın hareketi iki boyutta sınırlıdır. Buradan, Lagrange denklemlerinden, sarkacın hareket denklemi $ml^2\ddot{\theta}=-mgl\sin\theta$ olarak bulunur.

Üç serbestlik dereceli ve V(r,θ,φ) potansiyel enerjisi altında hareket yapan m kütleli bir cismin küresel kutupsal koordinatlarda hareket denklemleri: $\frac{d}{dt}(m\dot{r})=mr(\dot{\theta}^2+\sin^2\theta\dot{\varphi}^2)-\frac{\partial V}{\partial r}$, $\frac{d}{dt}(mr^2\dot{\theta})=mr^2\sin\theta.\cos\theta.\dot{\varphi}^2-\frac{\partial V}{\partial \theta}$, $\frac{d}{dt}(mr^2\sin^2\theta.\dot{\varphi})=-\frac{\partial V}{\partial \varphi}$ şeklinde olur. Parçacığa etkiyen kuvvetin bileşenleri ise, $F_r=-\frac{\partial V}{\partial r}$, $F_\theta=-\frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial \theta}$, $F_\varphi=-\frac{1}{r.\sin\theta}\frac{\partial V}{\partial \varphi}$ olarak bulunur.

BÖLÜM-4
KORUNUMLU MERKEZİ KUVVETLER

1)İZOTROPİK HARMONİK SALINICI: Bir merkezi geri-çağırıcı kuvvetin etkisinde hareket eden bir parçacığın hareket denklemi $m.\ddot{\vec{r}} + k.\vec{r} = 0$, veya bileşenleri ile $m.\ddot{x} + kx = 0$, $m.\ddot{y} + ky = 0$, $m.\ddot{z} + kz = 0$ şeklinde yazılabilir. Burada her bir koordinatla ilgili hareket denklemi, basit harmonik hareketin denklemi ile aynıdır. Tüm doğrultular özdeş olduğu için bu salınıcı **izotropik**tir. **Anizotropik salınıcı,** farklı sabitleri olan benzer üç denklemle ifade edilir. Anizotropik durumda genel çözüm, vektörel yazılışla $\vec{r} = \vec{c}.\cos wt + \vec{d}.\sin wt$ olur. Burada $w=(k/m)^{1/2}$ dir. Bu durumda toplam enerji, $\vec{c} = \vec{r}_0$ ve $\vec{d} = \vec{v}_0 / w$ olmak üzere, $E=(1/2)k.r_0^2+(1/2).m.v_0^2$ olur.

2)KORUNUM KANUNLARI: Merkezi ve korumunlu bir kuvvetin etkisi altındaki bir parçacık için enerji ve açısal momentum korunum kanunları: $\frac{1}{2}m\dot{\vec{r}}^2 + V(r) = E = sabit$ ve $m\vec{r} \times \dot{\vec{r}} = \vec{J} = sabit$ dir. Bu denklemler iki boyutta; $\frac{1}{2}m(\dot{r}^2 + r^2\dot{\theta}^2) + V(r) = E$ ve $mr^2\dot{\theta}^2 = J$ olur. $\frac{1}{2}m\dot{r}^2 + \frac{J^2}{2mr^2} + V(r) = E$ buna **radyal enerji denklemi** denir. J'nin belirli bir değeri için bu denklem, potansiyel enerji fonksiyonu $U(r) = \frac{J^2}{2mr^2} + V(r)$ şeklinde olan, bir boyutlu enerji denklemiyle aynı biçimlidir. Buradaki ilk terim merkezkaç kuvvetine karşılık gelen potansiyeldir. $U(r) \leq E$, eşitlik durumuna karşılık gelen r değerleri, maksimum ve minimum radyal uzaklıkları verir. Örneğin; $V(r)=(1/2)kr^2$ olan izotropik salınıcı için, U(r) fonksiyonunun $r=(J^2/mk)^{1/4}$ de bir minimumu vardır.

3)TERS-KARE YASASI: Uzaklığın karesi ile ters orantılı olan bir kuvvet , $\vec{F} = \frac{k}{r^2}\hat{r}$ olsun. Bunun potansiyel enerjisi $V(r)=k/r$ olur. Bu durumda radyal enerji denklemi $\frac{1}{2}m\dot{r}^2 + \frac{J^2}{2mr^2} + \frac{k}{r} = E$ dir. Bu da **etkin potansiyel enrji fonksiyonu** $U(r) = \frac{J^2}{2mr^2} + \frac{k}{r}$ ye karşılık gelir.

a)İtici durum: $k>0$ için yörünge hiperbolik olup, kuvvet iticidir. Buna iyi bir örnek, sabit bir q' noktasal yükün oluşturduğu alana q yüküne sahip bir parçacığın ulaşabileceği en yakın uzaklığı hesaplamaktır. Parçacığın başlangıçta izlediği yol düz bir çizgi olarak uzattığımızda merkezden b kadar uzaklıktan geçmekte. Bu b uzaklığı **çarpma parametresi** olarak bilinir. parçacık başlangıçta çok uzakta olduğunda ilk potansiyel enerjisi ihmal edilebilir. Parçacığın ilk hızı v ise, enerjisi $E=(1/2).m.v^2$ olur. açısal momentumu ise $J=m.b.v$ olur. $k=qq'/4\pi\varepsilon_0$ ve en fazla yaklaşma uzaklığı r_1 ise (duran parçacıktan hiperbole dik uzaklık) , $r_1^2-2.a.r_1-b^2=0$ denklemini verir. $a= qq'/4\pi\varepsilon_0 mv^2$ alınırsa çözüm $r_1=a+(a^2+b^2)^{1/2}$ şeklinde pozitif kök olur.

b)Çekici durum: $k<0$ için uzunluk boyutuna sahip bir l terimini tanımlayalım, yani $l=J^2/mk$ olsun. Böylece etkin potansiyel $U(r) = k.\left(\frac{l}{2r^2} - \frac{1}{r}\right)$ olur. Burada E'nin değerlerine göre farklı tipten hareketler mümkün olacaktır. a) $E=-k/2l$, bu U'nun minimum durumudur. Bu dairesel yörünge için potansiyel enerjinin, daima kinetik enerji değerinden 2 kat daha büyük olmalı sonucuna götürür. b) $-k/2l<E<0$ durumunda yörünge bir elips olur. c) $E=0$ durumunda yörünge bir parabol olur. d) $E>0$ durumunda bir minimum uzaklık varken, maksimum uzaklık yoktur ve yörünge bir hiperbol olur.

c)Kurtulma hızı: Bir merminin Dünya yüzeyinden v hızı ile ve düşeyle α açısı yapacak şekilde atıldığını düşünelim. Bu durumda enerji ve açısal momentum; $E = \frac{1}{2}mv^2 - G\frac{Mm}{R}$ ve $J=mRv.\sin\alpha$ olur. $g=GM/R^2$ alınırsa, enerji $E=(1/2)mv^2-mgR$ olur. Mermi, $E\geq 0$ veya $v>v_e$(kurtulma hızı) $v_e=(2.g.R)^{1/2}$ olduğunda sonsuza gidebilir. Görüldüğü gibi kurtulma hızı atış açısından bağımsızdır. R=6370 km, g=9,81 m/s^2 alınırsa, merminin dünyadan kurtulma hızı v_e=11,2 km/s olarak bulunur.

d)Hidrojen atomunun enerji düzeyleri: Bu problem klasik mekanik metodları ile çözülemez. Bu, Bohr'un eski kuantum teorisi göre, Bohr potülaları kullanılarak çözülürse, yürünge yarıçapları ve enerji değerleri bulunabilir (bunlar kuantumludurlar). Yarıçaplar $a_n = \frac{4\pi\varepsilon_0\hbar^2}{me^2}n^2$, enerjiler $E_n = -\frac{1}{n^2}\frac{e^2}{8\pi\varepsilon_0 a_1}$ olur. Burada n=1,2,3,…. tamsayılar (kuantum sayıları), $a_1=5,3.10^{-11}$m Bohr yarıçapıdır.

4)YÖRÜNGELER: Korunumlu bir merkezi kuvvet etkisinde hareket eden bir parçacığın yörüngesini bulalım. Enerji ve açısal momentum denklemlerinde r yerine 1/u alıp, u'yu θ'nın fonksiyonu cinsinden yazarsak, $\frac{J^2}{2m}\left(\frac{du}{d\theta}\right)^2 + \frac{J^2}{2m}u^2 + V = E$ denklemini elde ederiz. Burada V=ku şeklindedir. k>0 itici durumu, k<0 hali çekici duruma karşılık gelir. $l=J^2/mk$, z=lu±1 ile dz/dθ=l (du/dθ) şeklinde tanımlar kullanarak denklemi düzenlersek, $\left(\frac{dz}{d\theta}\right)^2 + z^2 = \frac{2El}{k} + 1 = e^2$ olur. Buradan da, θ_0 keyfi integral sabiti olmak üzere, itici durum için $r[e.\cos(\theta-\theta_0)-1]=l$, itici durum için de $r[e.\cos(\theta-\theta_0)+1]=l$ denklemlerini buluruz. Buradaki e sabiti yörüngenin şeklini belirleyen **eksentrisiti** dir.

a)Eliptik yörüngeler (E<0, e<1): Eksenleri $\theta_0=0$ olacak şekilde seçersek, bazı cebirsel işlemlerden sonra $\frac{(x+ae)^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ buluruz. Burada $a=l/(1-e^2)=k/2E$ ve $b^2=a.l=J/2mE$ dir. Bu, merkezi (-ae,0) ve yarı eksen uzunlukları a ve b olan, bir **elips** denklemidir. Elipsin yarıçap vektörünün süpürdüğü toplam alan A=πab, yörünge periyodu τ=2mπab/J dir. Buradan $(\tau/2\pi)^2=(m/k)a^3$ şeklinde Kepler'in üçüncü kanununa ulaşılabilir.

b)Hiperbolik yörüngeler (E>0, e>1): Çekici ve itici durumları her ikisi için yörüngenin kartezyen denklemi $\frac{(x-ae)^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$ ile verilir. Burada; $a=l/(e^2-1)=k/2E$, $b^2=a.l=J^2/2mE$ dır. Bu, merkezi (ae,0) ve yarı eksenleri a ve b olan **hiperbol**ün denklemidir. Hiperbolün bir kolu çekici durumdaki, diğer kolu da itici durumdaki yörüngeye karşılık gelir. Hiperbolün asimtotları (teğetleri) arasındaki açı θ ise (θ'ya saçılma açısı da denir), b çarpma parametresi $b^2=a^2(e^2-1)=a^2.\mathrm{Cot}^2(\theta/2)$ elde edilir.

5)SAÇILMA TESİR KESİTİ: Bir düzgün paralel tanecik demeti sabit R yarıçaplı katı bir küre hedefe (tam esnek) çarpıyor. Demetteki parçacık akısı f, birim zamanda demet doğrultusuna dik olan birim yüzeyden geçen parçacıkların sayısıdır. O zaman birim zamanda hedefe çarpan parçacık sayısı w=f.σ olur. Burada $\sigma=\pi R^2$ hedefin temsil ettiği **tesir-kesit** alanıdır. Şimdi demetteki bir parçacığı ele alalım. Parçacık hedefe v hızı ve b vuruş parametresi ile çarparsa, b=Rsinα olur.α, parçacığın hareket doğrultusu ile hedefin normali arasındaki açıdır. b parametresi θ saçılma (sapma) açısı türünden, b=R.cos(θ/2) olur. θ=π-2α dır. b'nin diferansiyeli db=-(1/2).sin(θ/2).dθ, σ'nın diferansiyeli ise $d\sigma=(1/4)R^2\sin\theta.d\theta.d\varphi$ dir. sinθ.dθ.dφ=dΩ orijini gören **katı açı** olup, **steradyan** cinsinden ölçülür. L yarıçaplı bir kürede küçük yüzey alanı $dA=L^2.d\Omega$ dır. Tüm küre tarafından görülen katı açı ∬dΩ=4π dir. Önemli olan büyüklük dσ tesir-kesit alanı değil, dσ/dΩ şeklindeki **diferansiyel tesir-kesiti**dir. Bu durumda parçacıkların dedektöre girme oranı (hızı) $dw = f\frac{d\sigma}{d\Omega}\frac{dA}{L^2}$ olur.

6)ORTALAMA SERBEST YOL: σ toplam tesir kesiti, madde içinden geçen tanecik demetinin zayıflaması tartışmasında yararlıdır. Birim hacimdeki atom sayısı n ve tek bir atomdan saçılma için toplam tesir kesiti σ olsun. Bir parçacığın x uzunluğu kadar hareket etmesi halinde çarpışma sayısı nσx olur. Çarpışmalar arasında alınan **ortalama serbest yol** $\lambda = \frac{1}{n\sigma}$ dır. Bir çarpışma yapmadan x derinliğine giren parçacıkların akısı f(x) olsun. Küçük kesiti dA, kalınlığı dx olan ince bir duvar diliminden geçen parçacık akısının denklemi $\frac{df(x)}{dx} = -n\sigma . f(x)$ olur.

7)RUTHERFORD SAÇILMASI: Atomun yapısının anlaşılmasında, klasik olarak, Rutherford saçılması önemli bir yer tutar. Rutherford ince altın yaprak üzerine α-taneciklerini göndererek bunların sapmasını incelemiştir. Şimdi sabit q' noktasal yükü tarafından saçılan m kütleli ve q yüklü bir parçacığın saçılması için diferansiyel tesir kesitini hesaplayalım. b vurma parametresi θ saçılma açısına b=a.cot(θ/2) şeklinde bağlıdır. Burada $a=qq'/4\pi\varepsilon_0 mv^2$ dir. Buradan da diferansiyel tesir kesiti için $\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{a^2}{4.\sin^4(\theta/2)}$ ifadesi bulunur. Bu **Rutherford saçılması tesir-kesit** ifadesidir.

BÖLÜM-5
DÖNEN SİSTEMLER

1)AÇISAL HIZ; BİR VEKTÖRÜN DEĞİŞME HIZI: Dönme hareketinde sabit bir eksen etrafında bir vektörün birim zamanda süpürdüğü açı onun açısal hızıdır. n eksen doğrultusunda birim vektör ve w açısal hızın büyüklüğü olmak üzere, $\vec{w} = w.\hat{n}$ dır. Örneğin Yer küre için açısal hız, τ=86164 s Yer'in kendi çevresinde dönme periyodu olmak üzere, $w=2\pi/\tau=7{,}292.10^{-5}\ s^{-1}$ dir. Parçacığın dönme eksenine uzaklık vektörü $\vec{r}$, dönme eksenine göre açısal hız vektörü $\vec{w}$ ise, onun çizgisel hız vektörü $\vec{v} = \vec{w}\times\vec{r}$ olur. Dönen cisme bağlı bir a vektörünün değişim hızına bakalım. Başlangıca göre durgun olan bir gözlemci tarafından ölçülen a'nın değişim hızı da/dt, katı cisim ile dönen bir gözlemci tarafından ölçülen değişim hızı da $\dot{a}$ olarak tanımlarsak, bunlar arasındaki ilişki $\frac{d\vec{a}}{dt} = \dot{\vec{a}} + \vec{w}\times\vec{a}$ şeklinde olur.

2)BİR DÜZGÜN MANYETİK ALANDA PARÇACIK: B(r) manyetik alanı içinde v hızı ile hareket eden q yüklü bir parçacığa etki eden Lorentz kuvveti $\vec{F} = q.\vec{v}\times\vec{B}$ şeklindedir. Bunun hareket denklemi $m\frac{d\vec{v}}{dt} = q.\vec{v}\times\vec{B}$ olur. Eğer manyetik alan düzgün (konumdan bağımsız) ve zamana göre sabit ise, hareket denklemi $\frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{w}\times\vec{v}$ olur. Burada $\vec{w} = -\frac{q}{m}\vec{B}$ parçacığın açısal hızıdır. Buradaki açısal hızın büyüklüğüne parçacık fiziğinde **siklotron frekansı** denmektedir.

3)İVME; GÖRÜNEN YERÇEKİMİ: Bir parçacığın mutlak ivmesi ile dönen sisteme göre ivmesi arasındaki bağıntıyı $\dot{\vec{v}} = \ddot{\vec{r}} + \vec{w}\times\dot{\vec{r}}$ şeklinde kurabiliriz. $\vec{w}\times\vec{v} = \vec{w}\times\dot{\vec{r}} + \vec{w}\times(\vec{w}\times\vec{r})$ bağıntısını kullanarak , ivme bağıntımızı $\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = \ddot{\vec{r}} + 2\vec{w}\times\dot{\vec{r}} + \vec{w}\times(\vec{w}\times\vec{r})$ şeklinde yazabiliriz. Burada sağdaki ikinci terim **Coriolis ivmesi**, üçüncü terim de **merkezcil ivme** olarak adlandırılır. Yerçekimi ve başka bir mekanik F kuvvetinin etkisi altında, yer yüzü yakınlarında, hareket eden bir cismin hareket denklemi $m\ddot{\vec{r}} = m\vec{g} + \vec{F} - 2m\vec{w}\times\dot{\vec{r}} - m\vec{w}\times(\vec{w}\times\vec{r})$ olur. Eşitliğin sağındaki son iki terim görünen (veya hayali) kuvvetlerdir. Bunlar, referans sisteminin eylemsiz olmayan yapısından ortaya çıkmaktadır. Buna göre,yer çekiminden doğan ivmenin laboratuarda ölçümünü yaptığımızda, gerçekte g'yi değil, $\vec{g}^* = \vec{g} - \vec{w}\times(\vec{w}\times\vec{r})$ 'yi ölçeriz. Yer kürede g^* ın yatay ve düşey bileşenleri $g_h^*=w^2r.\sin\theta.\cos\theta$, $g_v^*=g-w^2r.\sin^2\theta$ dır. Burada θ, g ile g^* arasındaki açıdır. Kutuplarda g*=g , ekvatorda ise $g^*=g-w^2r$ dir. Buna göre ekvatorla kutup arasındaki ivme farkı $\Delta g=34\ mm/s^2$ bulunur. Bu değer gerçekte (ölçülen) $52\ mm/s^2$ dir. Aradaki fark dünyanın şeklinin geoid olmasındandır.

4)CORİOLİS KUVVETİ: Coriolis kuvveti $-2m\vec{w}\times\dot{\vec{r}}$ açıkça hıza bağlı görünen bir kuvvettir ve dünyanın dönmesinden kaynaklanır. Yeryüzü yakınlarında hareket eden bir cismin hareket denklemi, $m\ddot{\vec{r}} = m\vec{g}^* + \vec{F} - 2m\vec{w}\times\dot{\vec{r}}$ dir. g* nün doğrultusu ile w arasındaki açı θ ise, bu durumda w=(0,wsinθ,wcosθ) bileşenlerine, Coriolis kuvveti ise $-2m\vec{w}\times\dot{\vec{r}}$ =2mw[y'cosθ-z'sinθ, -x'cosθ, x'sinθ) bileşenlerine sahip olur.

a)Serbest düşen cisim: Yer yüzeyinde serbest düşen bir cismin hareket denklemleri Coriolis kuvvetinin etkisinden dolayı mx''=2mwgt.sinθ, my''=0, mz''=-mg olur. Burada g ölçülebilen ivme (yani g*), θ ise g ile w arasındaki açıdır. Uygun başlangıç şartları altında çözüm $x = \frac{1}{3}wgt^3\sin\theta$, y=0, $z = h - \frac{1}{2}gt^2$ dır. Cisim, z=0 da serbest bırakıldığı noktanın düşey olarak altındaki bir noktanın doğusunda $x = \frac{1}{3}w\left(\frac{8h^3}{g}\right)^{1/2}\sin\theta$ kadar uzaklıkta yere çarpar. Örneğin, cisim 45^0 enlemde 100 m yükseklikten düşerse, sapma yaklaşık 16 mm olur. Sürtünmeler önemsiz kabul edilmiştir.

b)Foucault sarkacı: Coriolis kuvvetinin etkisini gözlemenin başka bir yolu da Foucault sarkacını kullanmaktır. Bu sarkaç, salınım periyodu bütün doğrultularda eşit, her doğrultuda serbestçe salınabilen bir basit sarkaçtır. Bunu sağlamanın yolu sarkacı oldukça uzun ve ağır tutmaktır. Sarkacın hareketi küçük genlikler için iki boyutlu alınabilir ve Coriolis kuvvetinin düşey bileşeni ihmal edilebilir. Bu durumda hareket denklemleri; $\ddot{x} = -\frac{g}{l}x + 2w\dot{y}.\cos\theta$, $\ddot{y} = -\frac{g}{l}y - 2w\dot{x}.\cos\theta$ olarak yazılabilir. Z=x+iy kompleks değişken tanımlayıp, denklemleri birleştirirsek, $\ddot{z} + 2i\Omega\dot{z} + w_0^2 z = 0$ denklemi elde ederiz. Burada Ω=w.cosθ dır. Buradan da, $w_1^2=w_0^2+\Omega^2$ ve a keyfi sabit (genlik) olmak üzere, x=a.cosΩt.cosw_1t, y=-a.sinΩt.cosw_1t bulunur. Bu raskacın periyodu τ=2π/(w.cosθ) dır. τ, 45^0 enlemlerinde yaklaşık 34 saattir.

c)Siklonlar ve alize rüzgarları: Kuzey yarım kürede bazı nedenlerle oluşan bir alçak basınç bölgesi, hava basınç gradyenti tarafından içe doğru itilir. Hava hareket etmeye başladığında, bununla beraber, Coriolis kuvveti onu sağa doğru bükmeye zorlar ve böylece hava alçak basınç bölgesi etrafında saatin tersi yönünde dönmeye başlar. Bu süreç, içe doğru etkiyen basınç ve dışa doğru etkiyen Coriolis kuvveti (artı dönmenin merkezkaç kuvveti) denge kuruluncaya kadar devam eder. Bu konfigirasyon, ılıman enlemlerde yaşayanların alışık olduğu, bir **siklon** veya depresyondur. Ekvator bölgesinde yeryüzünün ısınması, havanın yükselmesine neden olur ve boşalan yere ekvatora doğru akan daha serin hava dolar. Bununla beraber Coriolis kuvveti nedeniyle, hava doğrudan doğruya kuzey veya güney yönünde akmaz, batıya doğru sapma yapar. Böylece, kuzey yarı kürede kuzey-doğu alize rüzgarları, güney yarı kürede güney-doğu alize rüzgarları meydana gelir.

5)LARMOR ETKİSİ: -q' nokta yükü etrafında bir yörüngede hareket eden q yüklü parçacık üzerine etki eden manyetik alanın etkisini bulalım. Bu parçacığın hareket denklemi, k=qq'/4πε_0 olmak üzere, $m\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = -\frac{k}{r^2}\hat{r} + q\frac{d\vec{r}}{dt}\times\vec{B}$ dir. Döner referans sistemi vasıtasıyla bu eşitliği tekrar yazıp, w=-(q/2m)B seçersek (bu durumda $\dot{\vec{r}}$ lı terimler düşer), eşitlik $\ddot{\vec{r}} = -\frac{k}{mr^2}\hat{r} + w^2\vec{B}\times(\vec{B}\times\vec{r})$ şeklini alır. B manyetik alan yeterince zayıf olduğunda denklem $m\frac{d^2\vec{r}}{dt^2} = -\frac{k}{r^2}\hat{r}$ 'ye indirgenir. Sonuçta, döner sistemdeki yörünge bir elipstir. Orijinal dönmeyen sistemde yörünge, yavaşça w açısal hızı ile presesyon yapan bir elipstir. Bu olay **Larmor etkisi** olarak bilinir, presesyon açısal hızına da $w_L = \frac{qB}{2m}$ **Larmor frekansı** denir.

6)AÇISAL MOMENTUM VE LARMOR ETKİSİ: q yükünün zayıf manyetik alanda dönmesinde, açısal momentumunun değişimi $\frac{d\vec{J}}{dt} = \vec{r} \times \vec{F} = q[(\vec{r}.\vec{B})\vec{v} - (\vec{r}.\vec{v})\vec{B}]$ olur. özel olarak, manyetik alanın z yönünde yani $\vec{B} = B.\hat{k}$ olduğunu ve parçacığın xy düzlemi ile α açısı yapan düzlemde r yarıçaplı dairesel yörüngede hareket ettiğini varsayalım. Bu durumda açısal momentumun ortalama değişimi $\frac{d\vec{J}}{dt} = -qBrv.\sin\alpha.\vec{a}$ olur. Burada a xy düzleminin normaline dik bir vektördür. Preseyon hızını bulmak için açısal momentum değişim denklemi $\frac{d\vec{J}}{dt} = (\frac{qB}{2m})\vec{k} \times \vec{J}$ şeklinde yazılabilir.

BÖLÜM-6
POTANSİYEL TEORİSİ

1)KÜTLE ÇEKİMİ VE DURGUN ELEKTRİK POTANSİYELLERİ: r' de bulunan bir m' kütlesinin alanında hareket eden m kütleli bir cismin kütle çekimi potansiyel enerjisi, -Gmm'/| r-r' | dür. Eğer r_j noktalarında m_j tane kütle varsa, o zaman potansiyel enerji $V(\vec{r}) = -\sum_j \frac{Gmm_j}{|\vec{r} - \vec{r}_j|}$ toplamı olur. Φ(r)=V(r)/m 'ye **kütle çekim potansiyeli** denir. $\vec{F} = -\vec{\nabla}V(\vec{r})$ den g(r)=-$\nabla\Phi(r)$ kütle çekimi alanı veya ivmesi bulunur. Durgun elektrikte (elektrostatik) de benzer durum söz konusudur. Φ(r)=V(r)/q, $\Phi(\vec{r}) = \sum_j \frac{q_j}{4\pi\varepsilon_0 |\vec{r} - \vec{r}_j|}$ ve $\vec{E} = -\vec{\nabla}\Phi(\vec{r})$ dir.

2)DİPOL VE KUADRUPOL: Elektrik dipolü, bir birine yakın olarak konmuş, $\vec{a}$ da ve orijinde q ve –q gibi iki eşit ve zıt yükten oluşur. $\vec{r}$ uzaklıktaki potansiyel $\Phi(r) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 |r-a|} - \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$ olur. a<<r için, Binom açılımından, $\frac{1}{|r-a|} \cong \frac{1}{r} + \frac{a}{r^2}\cos\theta + \ldots$ bulunur. Burada θ, a ile r vektörleri arasındaki açıdır. Buradan, elektriksel potansiyel, $\vec{d} = q.\vec{a}$ **dipol moment** olmak üzere, $\Phi(r) = \frac{d.\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$ olarak bulunur.

Bir dipol oluşturmak için iki yük (monopol) yan yana getirilir, bir **monopol** oluşturmak için ise iki dipol yan yana getirilir. Dipol momentleri $\vec{d}$ ve $-\vec{d}$ olan iki dipolü $\vec{a}$'ya ve orijine koyarsak potansiyel $\Phi(r) = \frac{\vec{d}.|\vec{r} - \vec{a}|}{4\pi\varepsilon_0 |\vec{r} - \vec{a}|^3} - \frac{\vec{d}.\vec{r}}{4\pi\varepsilon_0 r^3}$ olur. Bu seriye açılıp, serinin ilk iki terimi alınırsa ve d a'ya paralel alınırsa, potansiyel $\Phi(r) = \frac{(4da).(3\cos^2\theta - 1)}{16\pi\varepsilon_0 r^3}$ şeklinde bulunur.

3)KÜRESEL YÜK DAĞILIMLARI: Sürekli bir yük dağılımına sahipsek, ρ(r') küresel yük yoğunluğu olmak üzere, elektrik potansiyeli $\Phi(r) = \iiint \frac{\rho(r')}{4\pi\varepsilon_0 |r - r'|} d^3 r'$ şeklinde yazılır. Burada $d^3r' = r'^2 dr'.\sin\theta'.d\theta'.d\varphi'$ dır. Yarıçapı a, kalınlığı da, yük yoğunluğu ρ(r) olan düzgün bir küresel kabuk için, r doğrultusunu z ekseni seçersek, elektriksel potansiyeli

$\Phi(r)=\dfrac{\rho a^2 da}{4\pi\varepsilon_0}\iint\dfrac{\sin\theta' d\theta' d\varphi'}{(r^2-2ar\cos\theta'+a^2)^{1/2}}$ şeklinde yazabiliriz. Buradan da r>a ve r<a durumları için potansiyel, $dq=4\pi\rho a^2.da$ küresel kabuğun toplam yükü olmak üzere, r>a $\Rightarrow \Phi(r)=\dfrac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r}$, r<a $\Rightarrow$ $\Phi(r)=\dfrac{dq}{4\pi\varepsilon_0 a}$ elde ederiz. Bu durumda kabuğun içinde potansiyel sabit, elektrik alan ise sıfırdır.

Özellikle, düzgün olarak yüklenmiş a yarıçaplı bir küre için, kürenin dışındaki potansiyel tam olarak $q/4\pi\varepsilon_0 r$ dir. Burada q toplam yüktür. İçeride r'<r ve r'>r bölgelerinden gelecek katkıları ayırmamız gerekir. O zaman $\Phi(r)=\int_0^r\dfrac{\rho.r'^2}{\varepsilon_0 r}dr'+\int_r^a\dfrac{\rho.r'}{\varepsilon_0}dr'$ elde ederiz. İntegrali aldığımızda; r>a için $\Phi(r)=\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$, r<a için $\Phi(r)=\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\dfrac{3}{2a}-\dfrac{r^2}{3a^3}\right)$ bulunur.

4)BÜYÜK UZAKLIKLARDA POTANSİYEL AÇILIMI: Sadece basit birkaç durum için potansiyeli tam olarak hesaplayabiliriz. Genel halde, yaklaşık yöntemlere başvururuz. Bu durumda potansiyel için seri açılımı $\Phi(r)=\Phi_0(r)+\Phi_1(r)+\Phi_2(r)+\ldots$.. dır. Burada ilk terim $\Phi_0(r)=q/4\pi\varepsilon_0 r$, q ise toplam yüktür. Çok büyük uzaklıklarda dağılımın şekli değil yalnızca toplam yük önemlidir. Potansiyeldeki ikinci terim $\Phi_1(r)=d.r/4\pi\varepsilon_0 r^3$, üçüncü terim ise $\Phi_2(r)=Q(3\cos\theta-1)/16\pi\varepsilon_0 r^3$ şeklindedir. Burada d=qa dipol moment, Q=4qa kuadrupoldur.

5)YERİN ŞEKLİ: yeryüzü yaklaşık olarak a ekvator yarıçapı, c kutup yarıçapından 21,4 km kadar basık bir sferoittir. **Basıklık** $\varepsilon=\dfrac{a-c}{a}$ =1/300'ün biraz üzerindedir. Bu yüzden kütle çekimi potansiyeli de tamı tamına ters kare potansiyeli (-GM/r) değildir. En önemli düzeltme $\Phi(r)=-\dfrac{GQ.(3\cos^2\theta-1)}{4r^3}$ kuadrupol terimidir. $Q=-2Ma^2J_2$ olup, J_2 basıklıkla ilgili ve (2/3)ε'dan biraz küçüktür. Buna göre kütle çekimi potansiyeli, $\Phi(r)=-\dfrac{GM}{r}-\dfrac{GMa^2J_2.(3\cos^2\theta-1)}{2r^3}$ olur.

Yerin basıklaşması aslında onun dönmesinin bir sonucudur. Uzun zaman sonra yer, plastik şekil değişikliğine uğrayabilir. Her ne kadar doğal olarak yer kabuğunun bir miktar serliği bulunsa da yer, iyi bir yaklaşıklıkla bir katıdan çok viskoz bir sıvı gibi davranır. Kütle çekimi ve merkezkaç kuvvetinin ortak etkisi altında en azından yaklaşık olarak dengede olmasaydı şeklini uzun süre koruyamazdı. Yerin merkezkaç potansiyelini $\Phi_{mer}(r)=-\dfrac{1}{2}w^2r^2\sin\theta$ şeklinde alabiliriz.

5)GEL-GİT OLAYI: Gel-git kuvvetleri Ay'ın çekim kuvvetlerinin Güneş'inkinden daha az erişimli olmasından ve yer yüzeyine homojen dağılmamasından dolayı ortaya çıkar. Ay'ın Yer'e bakan tarafındaki ortalama çekim kuvveti, diğer taraftaki ortalama çekim kuvvetinden daha büyük olur, böylece yerküre, merkezleri birleştiren doğru boyunca uzama eğilimi gösterir. Yer kürenin merkezine göre Ay'ın konumunu a alalım ve yerküre üzerinde r konumunda bir nokta düşünelim. Bu noktadaki potansiyel $\Phi(r)=-\dfrac{Gm}{|r-a|}$ olur. Burada m Ay'ın kütlesidir. r<<a için seriye açarsak, $\Phi(r)=Gm\left[\dfrac{1}{a}+\dfrac{r}{a^2}\cos\theta+\dfrac{r^2}{a^3}(\tfrac{3}{2}\cos\theta-\tfrac{1}{2})+\ldots\right]$ elde ederiz. Buradaki θ, a ile r arasındaki açıdır. Serideki ilk terim bir sabit olup herhangi bir kuvvet oluşturmaz. Gel-git kuvvetinin en büyük değerini ikinci terim oluşturur. Bu durumda, çekim alanının bileşenleri $g_r=\dfrac{Gmr}{a^3}(3\cos^2\theta-1)$ ve

$g_\theta = -\frac{3Gmr}{a^3}\cos\theta . \sin\theta$ olur. Ay-dünya için m r^3/Ma^3 =5,60.10^{-8}, Güneş-dünya için ise m'r^3/Ma'^{3}=2,57.10^{-8} olarak bulunur. Bu durum güneşin etkisinin, ayın etkisinin yaklaşık yarısı kadar olduğunu belirtir.

Yeni ay'da ya da dolun ay'da güneş ve ay aynı yönde hareket ederler ve gelgit olayları oldukça yüksektir. Bunlara **şiddetli gel-git hareketi** denir. Öte yandan ay'ın birinci ve üçüncü çeyreğinde, ay ve güneş birbirine dik oldukları zaman, onların etkileri birbirini yok eder ve **zayıf gel-git hareketine** sebep olur. Bu zamanlarda gel-git hareketlerinin bağıl yüksekliklerinin ölçülmesi, ay'ın kütlesinin bulunmasında ilk yöntemlerden biri oldu. Gel-git ile okyanusların yükselme miktarını veren bağıntı, çekim alanı bileşenlerinden, $h(\theta) = h_0(\frac{3}{2}\cos^2\theta - \frac{1}{2})$ olarak elde edilir. Burada $h_0=mr^4/Ma^3$ dür. r=6370 km kullanılarak ay için h_0=0,36 m, güneş için de h'_0=0,16 m buluruz.

6)ALAN DENKLEMLERİ: Orijindeki bulunan bir q yükünün elektrik alanı $\vec{E} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\hat{r}$ dır. Yükü saran kapalı bir S yüzeyinde, E nin yüzeye dik olan bileşeninin yüzey integrali $\iint_s \vec{E}.\vec{n}.dS = \frac{1}{\varepsilon_0}\iiint_v \rho(r).d^3r$ olur. Burada ρ küresel yük yoğunluğu, yüzeye dik olan normal vektör, v ise s yüzeyinin kapladığı hacimdir. **Gauss teoremi**ne göre yüzey integrali, E nin diverjansının hacim integraline eşittir, $\iint_s \vec{E}.\vec{n}.dS = \frac{1}{\varepsilon_0}\iiint_v \nabla.E.d^3r$. Buradan da $\nabla E = \rho/\varepsilon_0$ bulunur. Elektrik alan $E = -\nabla\Phi$ alınıp, E nin diverjansında yerine konduğunda, $\nabla^2\Phi = -\rho/\varepsilon_0$ şeklindeki **Poisson denklemi**ne ulaşılmış olur. Boş uzayda bu denklem $\nabla^2\Phi = 0$ şeklinde **Laplace denklemi**ne dönüşür.

Mehmet TAŞKAN

KAYNAK:

1) ÇOLAKOĞLU,Kemal, Çeviri editörü., KIBBLE,T.W.and BERKSHIRE, F.H, "**KLASİK MEKANİK"**, Dördüncü baskıdan çeviri, Palme yayıncılık, Ankara, 1999.

2) KİTTEL, Charles., KNIGHT,D.Walter., RUDERMAN, A.Malvin., Çeviri:NASUFOĞLU, Rauf., **"MEKANİK"**, Berkeley Fizik Programı, Cilt-1, 2.baskı, Güven Yayıncılık.

3) CRAWFORD,Frank.S, Berkeley, California Üniv., Çeviri Editörü: NASUHOĞLU,Rauf., **"TİTREŞİMLER VE DALGALAR"**, Berkeley Fizik Dizisi-3, Güven Yayıncılık.